De Paoli Marco

Classe 5^Elt B

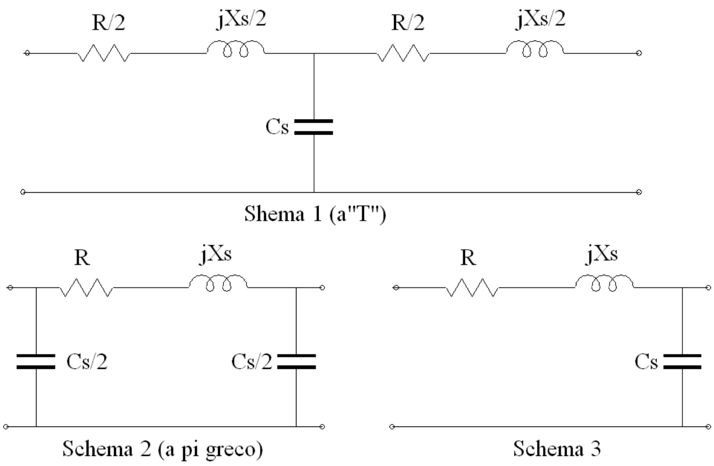
Regolazione della tensione e della frequenza in una rete elettrica

INDICE

1. Cenni sulle linee elettriche

Con il termine linea elettrica viene indicato un sistema elettrico avente lo scopo di collegare tra loro due sezione di una rete elettrica,trasferendo potenza dal punto di origine a quello di arrivo.

Analisi di alcuni parametri delle linee:



per la schematizzazione di una linea sarebbe necessario scomporla in un numero infinito,o comunque molto elevato,di elementi costituiti da doppi bipoli composti dai parametri che verranno di seguito determinati; tale soluzione è detta a parametri distribuiti. Poiché questa,pur godendo di ottima precisione,risulta analiticamente complessa,si preferisce la soluzione a parametri concentrati,in cui le costanti elettriche della linea sono concentrate in un solo punto (o in un numero limitato di punti). La linea può essere schematicamente rappresentata in più modi; tra quelli più comunemente usati,lo schema a π è considerato il più affidabile.

A. Resistenza:

Rappresenta l'opposizione del materiale conduttore al passaggio della corrente elettrica e vale:

$$R = \frac{\rho_t l}{S}$$

Dove ρ_t rappresenta la resistività del materiale alla temperatura di esercizio
l la lunghezza della linea o del tratto considerato
S la sezione del conduttore

Per il calcolo della resistenza effettiva è bene considerare dei coefficienti moltiplicativi che tengano conto della temperatura di esercizio del conduttore stesso.
I materiali più utilizzati per questo tipo di linee sono Aldrey e leghe Aldrey-Acciaio e Alluminio-Acciaio, cercando il giusto rapporto resistenza-carico di rottura. [1]

[1] Dal punto di vista meccanico vale la relazione

$$8fT_o = pa^2$$

Dove f e T_o sono rispettivamente la freccia e il tiro orizzontale,mentre p è il peso per unità di lunghezza del conduttore e a rappresenta la campata. Devono essere rispettate le condizioni previste per EDS,MSA,MSB,MFA e MFB.

B. Reattanza di servizio:

Tenendo presente effetti di autoinduzione e mutua induzione,l'induttanza di servizio per linee AT e MT risulta:

$$Ls = \left(0.46 \log_{10}\frac{2D}{d} + \ 0.05\right)\frac{mH}{km},$$

dove D è la radice cubica delle distanze reciproche dei singoli conduttori
d è il diametro dei conduttori stessi.

La reattanza induttiva di servizio risulta generalmente:

$$0.3\ \frac{\Omega}{km} \le Xs\ \le 0.4\ \frac{\Omega}{km}$$

Considerando le elevate sezioni dei conduttori di linea,risulta generalmente:

$$R_l \ll Xs$$

Per questo,al fine di semplificare calcoli e considerazioni,in alcune occasioni sarà possibile trascurare la resistenza della linea.

C. Capacità di servizio:

E' necessario considerare in questo caso gli effetti capacitivi esistenti tra i singoli conduttori e tra i conduttori e il terreno; la capacità equivalente risulta:

$$Cs = \left(\frac{0.024}{\log_{10}\frac{2D}{d}}\right)\frac{\mu F}{km}$$

La capacità di servizio può essere generalmente considerata per le linee aeree,con buona approssimazione, pari a:

$$Cs = 10\ \frac{nF}{km}$$

I. Perché utilizzare linee aeree

A parità di sezione,le linee in cavo presentano delle capacità verso terra che vanno da 30 a 50 volte la capacità delle linee aeree equivalenti,il che rappresenta un forte limite d'impiego per reti a tensioni elevate.

Se consideriamo una linea a 220 kV di 100 km di lunghezza,la sua capacità di servizio risulterà

$$Cs = \ 10\ \frac{nF}{km} 100\ km = 1\mu F$$

Con una conseguente corrente capacitiva pari a

$$Ic = \frac{V}{\sqrt{3}Xc} = \frac{V2\pi fCs}{\sqrt{3}} = \frac{220 \cdot 10^3 \cdot 2\pi 50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}} \cong 40\ A$$

Per linee in cavo,data la minima distanza tra i conduttori,le capacità di sevizio risultano,in genere,pari a

$$Cs' = 300\ \frac{nF}{km}$$

Con una corrente verso terra pari a 30Ic (poiché $I \propto C$) cioè

$$Ic' = 30Ic \cong 1200\ A$$

Tuttavia,talvolta risulta indispensabile l'utilizzo delle linee in cavo ad alta tensione e vengono progettate:

- In corrente alternata,se le distanze da coprire sono inferiore a 1-2 km.

- In corrente continua,per distanze maggiori a 2 km. Sono di questo tipo le linee sottomarine,che richiedono un costo notevole data la necessità di raddrizzatori (prima dell'attraversamento) e inverter (dopo l'attraversamento) di grossa potenza.

D. Conduttanza di dispersione:

Delle perdite di potenza sono dovute a correnti di dispersione riconducibili fondamentalmente a due cause:

I. Perdite per scariche superficiali: dovute agli isolatori e variabili in funzione delle condizioni atmosferiche:
   a. 1-3 W per isolatore,in condizioni di scarsa umidità
   b. 5-20 W per isolatore in condizioni di umidità elevata

   Tenendo presente il numero di isolatori per ogni sostegno e il numero di sostegni è possibile stimare in prima approssimazione tali perdite.

II. Perdite per effetto corona:dovute all'emissione di cariche elettriche nell'isolante (aria) circostante il conduttore. Si verificano al di sopra di una tensione critica Ec:

$$Ec \propto \delta d \log_{10} \frac{2D}{d}$$

   dove δ è una costante dipendente dalle caratteristiche dell'aria (pressione,umidità,…)

   Per aumentare tale tensione critica occorre utilizzare più conduttori per fase (soluzione impiegata frequentemente nelle linee a 220 kV e 380 kV tensione) anziché aumentare la distanza tra i conduttori delle varie fasi.

III. Nel caso in cui l'effetto corona si manifesti,cioè a condizione che la tensione di fase sia maggiore della tensione critica,la potenza persa in linea per ciascun conduttore di fase è valutabile con la formula:

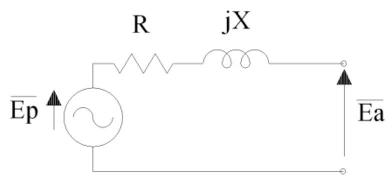
$$Pc = \frac{2,41}{\delta}(f + 25)\sqrt{\frac{d}{2D}}(E - Ec)^2 10^{-3} \qquad \left[\frac{kW}{km}\right]$$

   Dove f è la frequenza di rete $[Hz]$
   E è la tensione di fase della linea $[kV]$
   Ec è la tensione critica $[kV]$

2. Regolazione della tensione

E' fondamentale per un dispositivo utilizzatore che la tensione alla quale viene alimentato sia il più possibile prossima alla sua tensione nominale di esercizio. Al fine di ottenere un risultato tale è necessario analizzare la rete elettrica in questione.

Per semplicità consideriamo una rete aventi le seguenti caratteristiche:



1. Tensioni di fase simmetriche e a comportamento lineare
2. Struttura costante della rete
3. Eccitazione delle macchine sincrone costante
4. Entità dei carichi costante

Queste considerazioni ci consentono di operare con il sistema monofase equivalente semplificando il problema. Nello schema di figura, Ep rappresenta la tensione a vuoto ed Ea quella a carico. **La resistenza e la reattanza non sono quelle di linea, ma dipendono dai parametri degli elementi della rete** (generatori,trasformatori,linea).

A. Collegamento del carico

Al momento del collegamento del carico viene richiamata una corrente I sfasata di un certo angolo φ rispetto alla tensione Ea. Tenendo presente la formula della c.d.t.i., prevista dalle norme CEI,la caduta di tensione monofase ai capi del carico risulta:

$$\Delta E = Ep - Ea = RIcos\varphi + XIsen\varphi$$

Da cui si ottiene:

$$3Ea\Delta E = 3EaRIcos\varphi + 3EaXIsen\varphi = RP + XQ$$

Dove P e Q rappresentano le potenze attiva e reattiva assorbite dal carico stesso.
L'obiettivo è quello di mantenere la tensione Ea costante; sarà costante allora anche la variazione di tensione ΔE e di conseguenza risulterà:

$$Ea\Delta E = K$$

Dalle relazioni precedenti possiamo ricavare l'espressione della potenza reattiva in funzione della potenza attiva:

$$Q = -\frac{R}{X}P + \frac{3Ea\Delta E}{X}$$

Che espressa in funzione della tensione di linea e non della tensione di fase risulta:

$$Q = -\frac{R}{X}P + \frac{V\Delta V}{X}$$

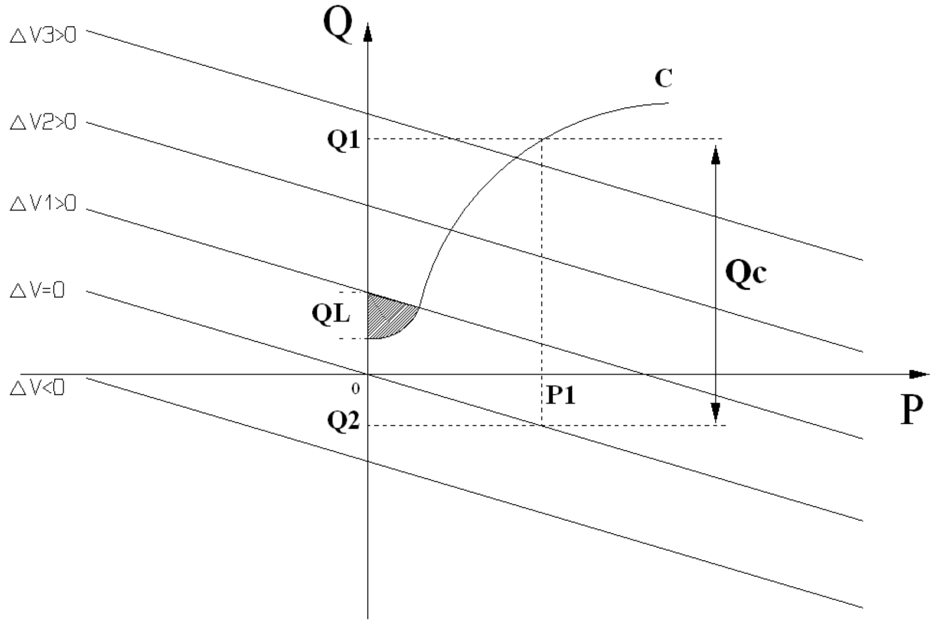
B. Studio della caduta di tensione: modulo

La caratteristica che rappresenta l'andamento della potenza reattiva in funzione della potenza attiva è una retta di coefficiente angolare

$$m = -\frac{R}{X}$$

e di intercetta

$$q = \frac{V\Delta V}{X}.$$



Il grafico che ne risulta è una famiglia di curve traslate verticalmente l'una rispetto all'altra,in funzione della caduta di tensione stabilita ΔV. La curva C rappresenta i valori prevedibili che può assumere il carico (che si suppone di natura induttiva). Supponendo che in un certo istante vengano richiesta una potenza attiva P1 e una corrispondente potenza attiva Q1,per poter fare in modo di ottenere una caduta di tensione ΔV nulla in modulo, sarà necessario ricondursi alla caratteristica ΔV=0. In corrispondenza della potenza attiva P1 avremo una potenza reattiva Q2 di segno negativo. La potenza che deve essere immessa in rete dovrà essere di conseguenza una potenza di compensazione Qc

$$Qc = Q1 - Q2$$

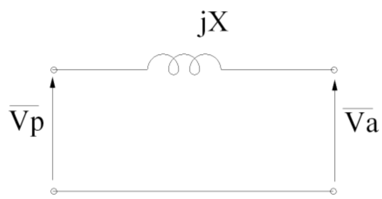
Dalla caratteristica si evince come la Qc si riduca al ridursi del carico stesso.

Osservazione: in corrispondenza di bassi carichi,se si desidera mantenere una ΔV>0 è necessario immettere in rete potenze di compensazione Q_L di natura induttiva. Nel grafico è evidenziato questo fenomeno dalla zona tratteggiata in riferimento alla caratteristica ΔV1.

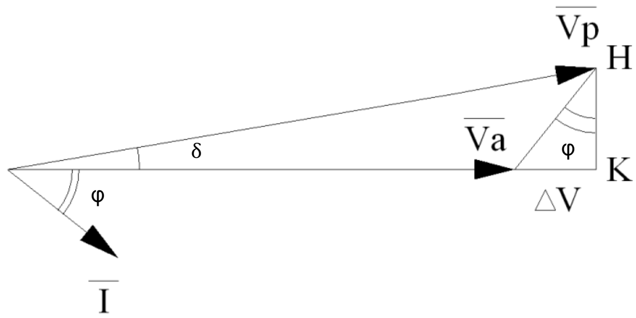
C. Studio della caduta di tensione: fase

Supponiamo ora:

I. di avere un collegamento puramente induttivo rappresentante la reattanza di fase di più elementi in serie (reattanza sincrona generatore,reattanza equivalente trasformatore,reattanza linea). Con questa semplificazione sarà possibile stabilire la funzione che definisce la variazione dell'angolo compreso tra le due tensioni:quella in partenza (a vuoto) e quella in arrivo (a carico).



II. di alimentare un carico di natura ohmico-induttiva.



Il diagramma vettoriale rappresentativo del sistema in esame sarà quello a fianco. Il segmento HK può essere espresso come

$$\overline{HK} = V_P sen\delta$$

ma anche come

$$\overline{HK} = XIcos\varphi$$

Moltiplicando entrambi per Va ed eguagliandoli risulta

$$V_p V_A sen\delta = XV_A Icos\varphi$$

cioè

$$P = \frac{V_P V_A sen\delta}{X}$$

Con considerazioni analoghe in relazione al segmento di lunghezza ΔV risulta:

$$\Delta V = XIsen\varphi = V_P cos\delta - V_A$$

moltiplicando entrambi i membri per Va risulta in fine:

$$Q = V_A \frac{V_P \cos\delta - V_A}{X}$$

Esprimendo la potenza in funzione delle tensioni di fase risulterà:

$$P = \frac{3E_P E_A sen\delta}{X}$$

$$Q = \frac{3E_P E_A cos\delta}{X} - 3\frac{{E_A}^2}{X}$$

Si può pertanto dire che il flusso di potenza attiva comporta principalmente una differenza di fase mentre il flusso di potenza reattiva è legato a una differenza di ampiezza tra i vettori di Va e Vp. Queste considerazioni sono valide entro certi limiti (finché l'angolo non raggiunge valori eccessivi)

D. Limiti di stabilità dei generatori:

La potenza attiva e reattiva erogata dalla macchina sincrona generatrice può essere scritta come (analogamente a quanto visto in precedenza):

$$P = \frac{3E_0 V_f sen\delta}{Xs}$$

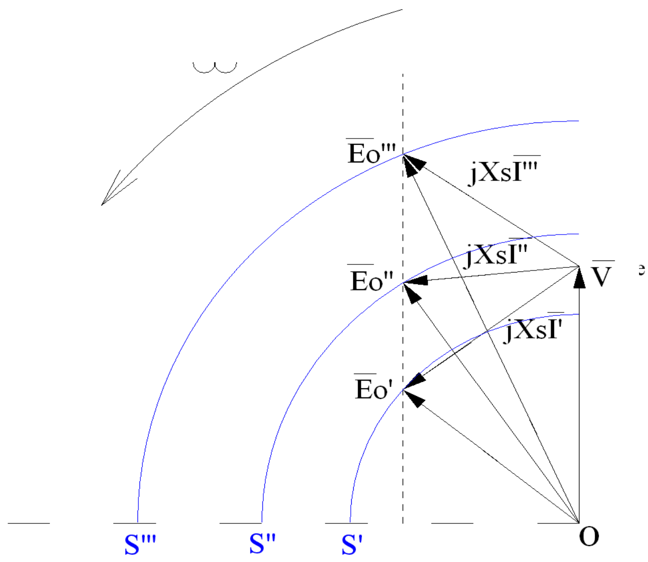
$$Q = \frac{3E_0 V_f cos\delta}{Xs} - 3\frac{{V_f}^2}{Xs}$$

dove Xs è la reattanza sincrona dell'alternatore

E_0 è la tensione di fase a vuoto ai morsetti della macchina

V_f è la tensione di fase a carico ai morsetti della macchina.

La potenza attiva P si massimizza in corrispondenza dell'angolo δ = 90°. L'alternatore è in parallelo con la rete a tensione costante V e viene messo in



rotazione da un motore primo (quale una turbina,ad esempio). Considerando l'ipotesi dell'invariabilità dell'eccitazione, all'aumentare della potenza meccanica fornitagli dalla turbina,il vettore $\overline{Eo'}$ descriverà la circonferenza di centro O e raggio OS'. Giunti in OS' basta aumentare ulteriormente anche di poco la potenza meccanica per mandare in fuga l'alternatore. Se consideriamo le tensioni $\overline{Eo''}$ o $\overline{Eo'''}$,a parità di potenza iniziale, la potenza erogata (e quindi assorbita) necessaria per raggiungere i punti S'' e S''' risulta essere maggiore. E' possibile concludere quindi che:

- ad ogni valore di eccitazione corrisponde un determinato valore di potenza massima erogabile
- la potenza massima erogabile da un alternatore è strettamente legata all'eccitazione,ed aumenta all'aumentare della stessa.
- I punti S',S'' ed S''' costituiscono il limite di stabilità dell'alternatore per le rispettive correnti di eccitazione.

In termini analitici,nota la relazione:

$$P = \frac{3E_0 V_f sen\delta}{Xs}$$

è evidente come la stessa potenza si ottenga per valori di senδ tanto maggiori quanto minore sia Eo; risulta in definitiva

$$Eo \propto \frac{1}{\sin\delta} \quad (P = cost.).$$

Considerando un alternatore (a poli lisci,a cui è applicabile con buona approssimazione la teoria di Behn-Eschemburg) in parallelo con la rete,mantenuta a tensione costante da altri generatori sincroni,è possibile supporre la sua eccitazione variabile. Nel diagramma vettoriale successivo vengono rappresentate le correnti e le tensioni al variare della corrente di eccitazione. Ogni terna di vettori è contraddistinta da un colore diverso. Per la costruzione del diagramma è stata ipotizzata un'erogazione costante di potenza;infatti tale potenza vale $P = \sqrt{3}VI\cos\varphi$, dove φ rappresenta convenzionalmente l'angolo compreso tra il vettore corrente e il vettore tensione di fase di rete. Affinché la potenza rimanga invariata (e considerando per ipotesi la tensione di rete costante),la componente $I\cos\varphi$ deve rimanere costante al variare dell'eccitazione,che equivale a dire che tutti i vettori delle correnti uscenti dall'origine devono terminare sulla medesima retta normale al vettore V. Al variare della corrente di eccitazione,segue una variazione della tensione a vuoto. Dall'equazione interna approssimata della macchina

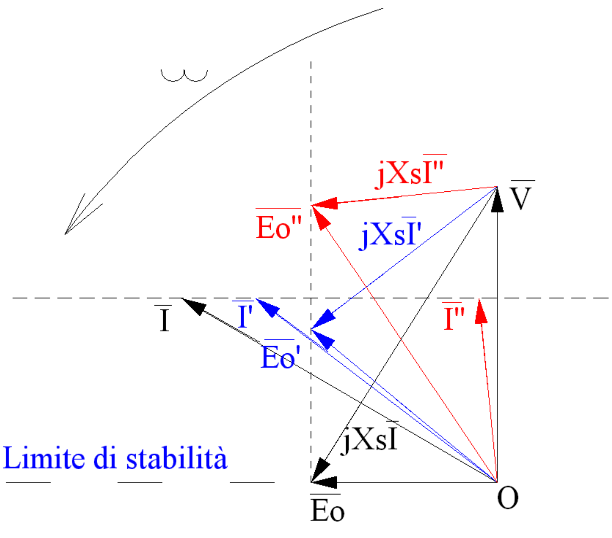
$$\overline{Eo} = \bar{V} + jXs\bar{I}$$

si deduce che una riduzione della corrente di eccitazione comporta:

- ✓ un aumento della corrente erogata dalla macchina
- ✓ un aumento dell'angolo compreso tra i vettori $\bar{V}$ e $\bar{I}$.

I. Condizione limite

Considerando la situazione in cui la tensione a vuoto si trovi in quadratura anticipo rispetto alla tensione di rete ($\bar{I}, \overline{Eo}, jXs\bar{I}$), si nota



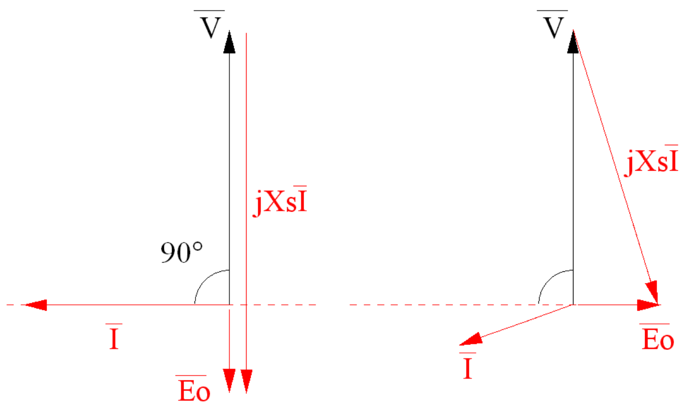
come la caduta sulla reattanza sincrona sia maggiore della tensione di rete stessa,risultando infatti

$$X_s I = \sqrt{V^2 + Eo^2}$$

Questa situazione risulta essere particolarmente gravosa dal punto di vista elettrico in quanto la corrente erogata è superiore alla corrente di cortocircuito della macchina funzionante scollegata dalla rete.

II. Uscita di sincronismo

La situazione è a questo punto al limite della stabilità: in caso di una diminuzione della corrente di eccitazione (o di un aumento minimo della potenza meccanica fornita dal motore primo),la tensione a vuoto della macchina si ridurrà ulteriormente. Al diminuire di Eo il segmento rappresentativo della potenza erogata non è più costante,ma diminuisce. La potenza meccanica fornita rimane però costante,il che implica un aumento di velocità dell'alternatore e un continuo avanzamento del vettore $\overline{Eo}$ in anticipo rispetto al vettore $\bar{V}$. Quando viene raggiunto un angolo di 180° tra i vettori rappresentativi delle due tensioni,la corrente è massima, in quanto la differenza di tensione ai capi della reattanza sincrona si massimizza proprio con i due vettori delle tensioni in fase e opposti. Non è garantito il raggiungimento di questa situazione, poiché l'alternatore potrebbe non reggere, dal punto di vista meccanico, il numero di giri elevatissimo a cui sarebbe sottoposto. In questo caso,l'angolo δ vale 180° e di conseguenza la potenza erogata è nulla.



III. Fuga dell'alternatore

Per angoli superiori a 180°,la potenza erogata si negativizza (infatti in corrispondenza di $180° < \delta < 360°$ il seno di tale angolo ha valore negativo), che equivale a dire che la macchina assorbe potenza dalla rete,oltre a quella meccanica assorbita dal motore primo. Oltre i 270° la Eo inizia ad aumentare,ma tale effetto non è minimamente sufficiente a rallentare le velocità enormi raggiunte dalla macchina che andrà in corso,se non viene staccata dalla rete e se non vengono chiuse le valvole e i distributori delle turbine,ad uno sfasciamento meccanico dovuto alle vibrazioni e alla forza centrifuga. Anche per turboalternatori,di solito radialmente ridotti,gli effetti sono critici date le velocità alle quali sono sottoposti e alle inerzie dei componenti di lunghezza notevole: un'oscillazione assiale anche minima può portare a squilibri dagli effetti distruttivi.

Dal punto di vista elettrico,le conseguenze consistono nel surriscaldamento ed eventuale bruciatura degli avvolgimenti statorici e in bruschi “colpi” di corrente dannosi anche per gli alternatori connessi alla rete.

IV. Oscillazioni pendolari

I fenomeni descritti avvengono nel caso in cui ci si trovi nelle condizioni prossime al limite di stabilità. Per evitare tali conseguenze è preferibile lavorare lontano da questa situazione e,a parità di potenza attiva erogata,si è tanto più lontani quanto maggiore è la corrente di eccitazione. Una situazione adottabile in via prudenziale è quella di mantenere l’alternatore sovraeccitato,così che anche un aumento della potenza richiesta non comporti una sensibile variazione dell’angolo di carico δ.
Variazioni dell’angolo di carico comportano infatti una variazione dell’equilibrio dinamico del sistema,che per ristabilirsi necessita di un determinato transitorio.
Aumentando ad esempio la potenza meccanica fornita alla macchina generatrice,l’angolo δ di carico aumenterà fino al raggiungimento del valore di equilibrio dinamico. A questo punto,la ruota polare,che aveva accumulato una determinata quantità di energia cinetica di rotazione dovuta all’inerzia del rotore, procederà oltre fino all’esaurimento della parte di energia accumulata durante la fase transitoria. Con una macchina ideale,tale movimento si ripeterebbe un numero illimitato di volte in entrambi i sensi,cosa che invece non accade nelle situazioni concrete dove la presenza di forze dissipative porta allo smorzamento crescente di tali oscillazioni fino all’estinzione delle stesse. Durante le oscillazioni vengono a crearsi delle correnti indotte dovute alla differenza tra la velocità del campo statorico e quella del rotore. Gli effetti di tali correnti possono essere eliminati mediante adozione della gabbia di Leblanc (circuito smorzatore).
Le oscillazioni pendolari vengono definite inoltre come un fenomeno di risonanza meccanica,in quanto potrebbero portare a una sovraelongazione rilevante se non vengono prontamente limitate.
Infine,le oscillazioni pendolari vengono dette libere se dipendono unicamente dall’inerzia della macchina,mentre vengono definite forzate quando sono dovute a variazioni di carico.

E. Provvedimenti per la regolazione della tensione

La caduta di tensione in linea,in base a quanto detto,è proporzionale alla potenza reattiva trasmessa. Di conseguenza,regolandola è possibile gestire le cadute e ottimizzare la trasmissione. E' opportuno perciò immettere le potenze reattive non lontano dai carichi,ma il più possibile vicino ad essi in corrispondenza dei nodi elettrici più prossimi,consentendo così di sgravare i generatori in centrale da tale peso e impiegandoli prevalentemente per la produzione di potenza attiva. Le singole utenze devono essere rifasate per consentire un corretto stato di trasmissione dell'energia;in caso contrario si incorre nelle penalizzazioni per basso cosφ previste dall'ente distributore,che colpiscono le utenze che assorbono potenza reattiva per oltre il 50% della potenza attiva corrispondente,costringendo l'ente a un sovradimensionamento e a un aumento delle perdite di linea. Completare la compensazione delle potenze attive spetta però all'esercente,che deve tener conto dei carichi non completamente rifasati ma anche della potenza richiesta dalla rete stessa (trasformatori,linee,…). A tale scopo vengono impiegati:

I. Condensatori:

Consentono l'immissione in rete di potenza reattiva induttiva (assorbimento di potenza reattiva capacitiva). La potenza può essere assorbita solo "a gradini",ottenendo una regolazione discreta ma tuttavia largamente impiegata dati i costi estremamente contenuti. Le considerazioni importanti da fare riguardo a questo metodo di compensazione sono:

1. Comportamento inefficace alle variazioni di tensione:
   a seguito di una diminuzione di tensione,la potenza attiva dovrebbe aumentare per incentivarne l'aumento in un successivo momento,invece decresce in quanto risulta valida la nota relazione:
   $$Q \propto V^2$$
2. Convenienza economica e ampia possibilità di impiego(sia in MT che in AT con potenze dell'ordine dei 50 MVAR).

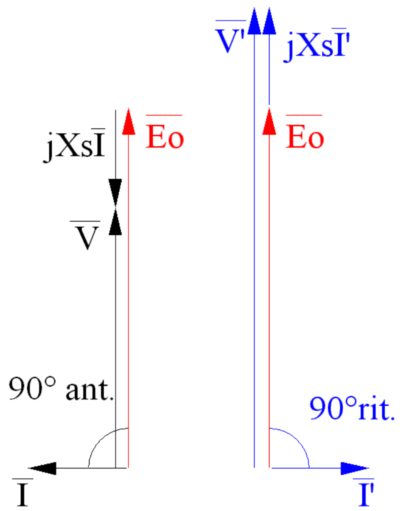
II. Compensatori sincroni:

Questa macchina non è altro che un particolare tipo di motore sincrono. I motori sincroni hanno la caratteristica di avere un fattore di potenza variabile in funzione della corrente di eccitazione. Tale tipo di motore non è però autoavviante in quanto allo spunto la coppia fornita all'asse è nulla. E' possibile ovviare a questo problema in più modi,utilizzando ad esempio una dinamo coassiale che può fungere anche da eccitatrice oppure utilizzando la gabbia di scoiattolo rotorica (gabbia di Leblanc). Il fatto di dover fornire una corrente continua può creare dei problemi,che possono facilmente essere risolti (alternativamente alla dinamo eccitatrice) con un raddrizzatore trifase. Una volta connesso alla rete,la potenza attiva assorbita sarà solamente quella necessaria a mantenere in rotazione la macchina (generalmente alimentata alle medie tensioni di 6-15 kV). Si tenga presente però che è opportuno il suo collegamento,evidentemente con trasformatore,alla rete di alta tensione.

Il compensatore (anche chiamato condensatore rotante o condensatore sincrono o induttore sincrono,a seconda del valore della corrente di eccitazione)rispetto ai condensatori presenta notevoli vantaggi:

1. Possibilità di rifasamento continuo in qualsiasi condizione di carico,agendo semplicemente sulla corrente di eccitazione.
2. Miglior comportamento nei confronti delle variazioni di tensione della rete: supponendo valida la teoria di Behn-Eschemburg e trascurando la resistenza Ro,l'equazione interna della macchina risulta:

$$\bar{V} = \overline{Eo} + jXs\bar{I}$$



Con la corrente I in anticipo di 90° sulla tensione V. All'aumentare della tensione (V'),la corrente diminuisce fino ad annullarsi (eventualmente) per poi cambiare di "verso" e diventa induttiva. La corrente di tipo induttivo ha in sostanza due conseguenze rilevanti:

- Smagnetizzazione dell'alternatore e conseguente riduzione della tensione di partenza,con parziale regolazione automatica delle variazioni di tensione.
- Caduta di tensione sulle reattanze induttive della linea,che contribuisce ulteriormente alla diminuzione della tensione.

Con considerazioni analoghe si può ragionare nel caso in cui la tensioni diminuisca anziché aumentare.

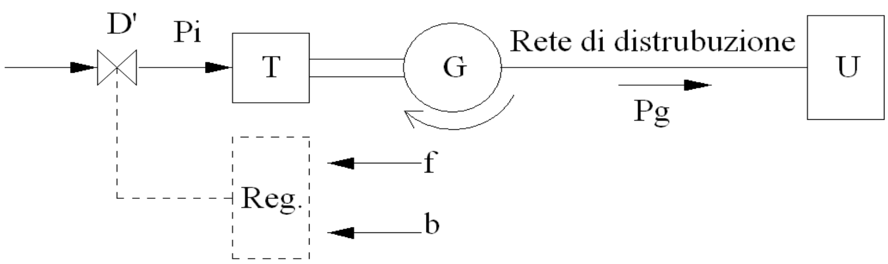
3. Regolazione della frequenza

Un sistema elettrico di potenza sarà costituito essenzialmente da tre tipologie di elementi:generatori,rete di trasmissione e utilizzatori. E' intuitivo che il valore della frequenza varierà in un sistema di questo genere in funzione della potenza attiva erogata e della potenza attiva dissipata sia sul carico che lungo la distribuzione. Un improvviso incremento della potenza attiva richiesta,sarà seguito da una diminuzione della frequenza della rete fino al momento in cui verrà ripristinata la situazione di equilibrio,eventualmente mettendo in funzione altri generatori. Poiché la frequenza è un parametro della rete di fondamentale importanza (si pensi alle apparecchiature elettroniche o anche di potenza come pompe o motori),è indispensabile contenere le sue variazioni entro dei limiti molto ristretti,il che può essere realizzato mediante un'accurata regolazione della potenza attiva nella rete e fra più reti interconnesse fra loro.

A. Regolazione di velocità

E' possibile considerare la situazione in esame come una rete composta da un generatore ed il relativo carico per estendere le conclusioni a reti più complesse.

Lo schema è rappresentativo di una situazione comprendente una turbina idraulica ed il corrispondente generatore calettato sullo stesso asse.



Il flusso dell'acqua che entra nella turbina T è regolato dal distributore D',che variando la portata d'acqua Q (in funzione dei parametri **b**,dipendente dalla posizione del punto B sullo schema successivo, e **f**,con f∝Ω) regola la potenza immessa Pi secondo la legge

$$Pi = gHQ \text{ , } [kW]$$

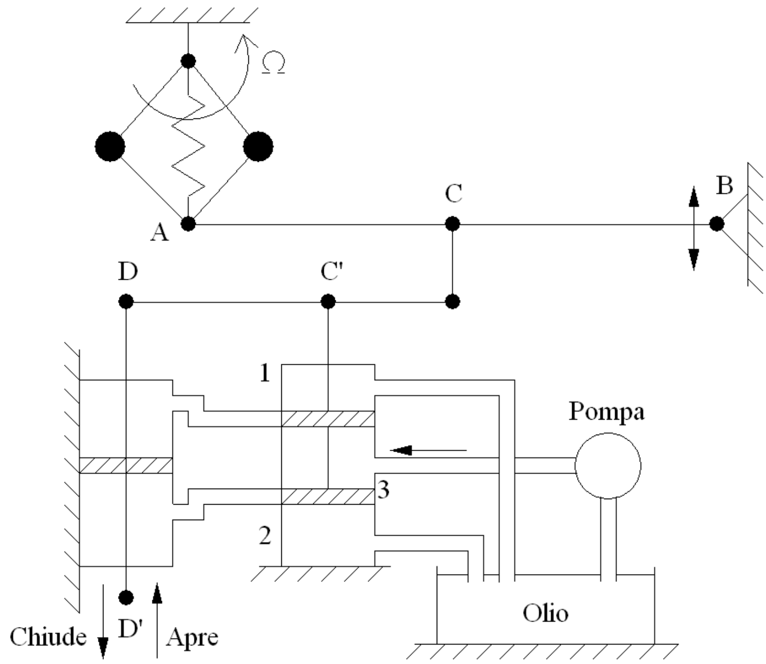
Dove g è l'accelerazione di gravità $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

H è il dislivello dell'acqua $[m]$

Q è la portata volumica $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

I. Il regolatore

Il regolatore (rettangolo tratteggiato) può essere schematicamente rappresentato come nello schema seguente,che costituisce una rappresentazione puramente intuitiva per comprenderne il funzionamento.



Al variare della velocità Ω del generatore le due masse rotanti saranno soggette ad una diversa forza centrifuga che ne causerà l'allontanamento (aumento di velocità) o l'avvicinamento (diminuzione di velocità) dal loro asse di rotazione. Il punto A sarà soggetto a variazioni di altezza che si manifesteranno,data l'incernieratura nel punto B,sui punti C,C' e D. Gli effetti sono facilmente intuibili:

- Se la velocità aumenta a causa di una diminuzione della potenza richiesta,si alza il punto C aprendo le luci 1 e 2 e facendo fluire l'olio in pressione dal canale 1 nel cilindro mediante la pompa. Questo provoca un deflusso dell'olio dalla condotta 2 verso lo scarico con un abbassamento conseguente del punto D' e la chiusura del distributore. Questo provoca una diminuzione della potenza immessa in turbina fino al raggiungimento della condizione di equilibrio.
- Con considerazioni analoghe si ragiona su un ipotetico decremento della velocità dovuto ad un aumento di potenza richiesta che provoca in definitiva l'apertura del distributore.

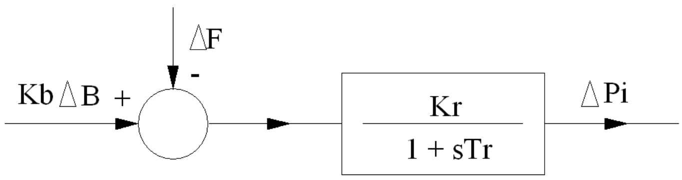
Possiamo concludere che gli incrementi della potenza immessa Pi tendono ad opporsi alle variazioni di velocità. Considerando il comportamento del sistema lineare per piccole variazioni dei punti A,C e D possiamo in prima approssimazione affermare che la potenza immessa in turbina è proporzionale all'incremento dell'apertura del distributore,cioè:

$$\Delta Pi = k'\Delta D$$

Supponendo valida l'ipotesi della linearità del sistema,è applicabile il principio della sovrapposizione degli effetti. Trasformando secondo Laplace le variazioni della posizione dei punti e di frequenza e potenza risulta:

$$\Delta Pi = \frac{Kr}{1 + sTr}(Kb\Delta B - \Delta F)$$

rappresentabile mediante lo schema a blocchi seguente.



A questo punto è possibile avanzare due diverse ipotesi,a seconda della variazione di posizione del punto B:

i. Punto B fermo (senza variagiri)
Applicando il teorema del valore finale alla funzione trovata,poiché ΔB risulta nullo e supponendo il complesso generatore-turbina come un sistema ideale a rendimento unitario,risulta:

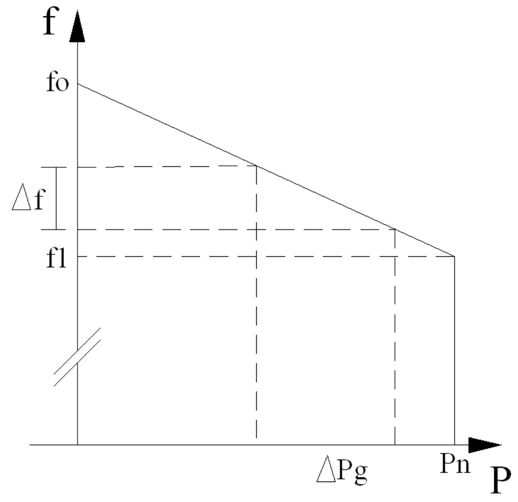
$$\Delta Pg = -Kr\Delta f$$

dove Kr (energia regolante della macchina) ha le dimensioni di un'energia e dipende dalle caratteristiche del regolatore. Dalla precedente relazione si ricava la caratteristica statica della macchina. Si noti come a potenza erogata nulla la macchina raggiunga la velocità di rotazione massima pari a fo,mentre a potenza nominale la velocità raggiunta sia f1.
Il coefficiente angolare di tale retta $\frac{-1}{\mathrm{Kr}}$. Inoltre risulta:

$$-Kr = \frac{-Pn}{\frac{fo - f1}{fn}fn} \rightarrow Kr = \frac{Pn}{\frac{fo - f1}{fn}fn}$$

cioè

$Kr = \frac{Pn}{\sigma fn}$, $con\ \sigma = \frac{fo-f1}{fn}$



dove σ è detto grado di statismo del regolatore.

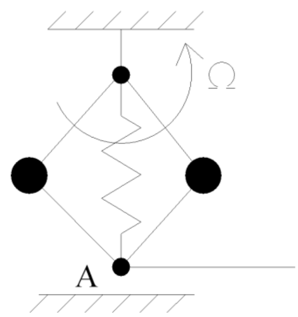
fn è la frequenza di rete,pari a 50 Hz in Italia.

Con valori di σ compresi tra 5% e 10% si calcola l'energia regolante della macchina che risulta essere alla frequenza di 50 Hz

$$Kr = (0.4 \div 0.2)Pn.$$

In riferimento ad una macchina da 150 MW,la sua energia regolante sarà compresa tra 60MW e 30 MW.

La potenza massima producibile può essere limitata in particolari condizioni per evitare di lavorare eccessivamente vicino al limite di stabilità. Una limitazione di questo genere può essere realizzata,in riferimento allo schema del regolatore,imponendo un limite meccanico alla discesa del punto A,detto **limitatore di carico**.



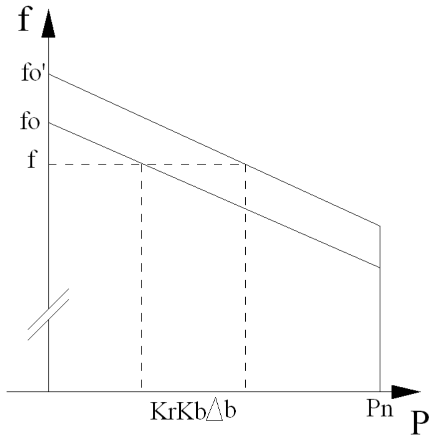
ii. Punto B mobile (con variagiri)

Imponendo ΔF=0,il sistema avrà la seguente funzione di trasferimento:

$$\Delta Pi = \frac{Kr}{1+sTr} Kb\Delta B$$

che risulta,dopo aver applicato il teorema del valore finale (e quindi a regime):

$$\Delta Pi = KrKb\Delta B, f = cost.$$



Tradotto sulla caratteristica statica,equivale ad una traslazione orizzontale della stessa di una quantità KrKbΔB.

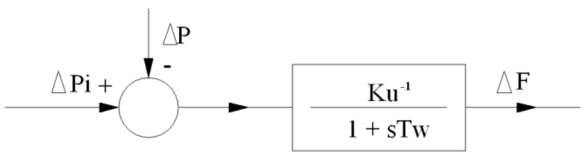
Questa considerazione comporta un vantaggio notevole,cioè la possibilità di erogare la medesima potenza a frequenze diverse. Le macchine generatrici possono quindi funzionare alla stessa velocità pur erogando potenze differenti. Il dispositivo che consente il movimento del punto B è detto **variagiri**.

II. Breve studio della funzione di trasferimento della rete

La variazione della frequenza dipende:

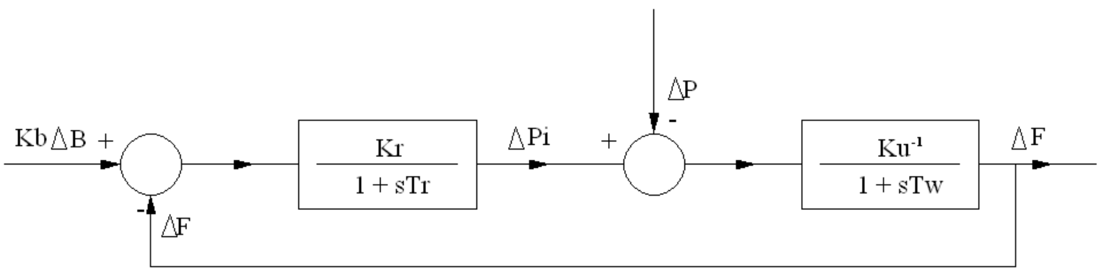
a. Dalla variazione della potenza richiesta dai carichi.
b. Dalla variazione della potenza immessa in turbina (sempre supponendo i rendimenti delle macchine unitari).
c. Parametri interni del sistema.

Si dimostra che,a variagiri bloccato,la funzione di trasferimento possa essere rappresentata come in figura,dove Tw è proporzionale al tempo di avviamento della rete e Ku,analogamente a quanto detto per il generatore,è l'energia regolante del carico (coefficiente di proporzionalità tra la variazione di potenza sul carico e variazione di frequenza). Inoltre,vale la relazione

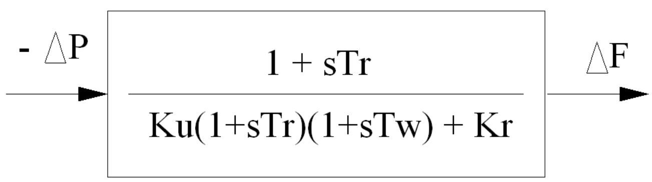


$$\Delta p = Ku\Delta f$$

Componendo ora i due schemi individuati,complessivamente si ottiene lo schema sotto riportato.



Semplificando e con opportuni raccoglimenti,la funzione di trasferimento complessiva risulta essere,a variagiri bloccato:



Tale funzione di trasferimento è detta **funzione di trasferimento della rete**,e comprende parametri riferiti ai carichi,ai generatori e al regolatore.

E' possibile definire ora un nuovo parametro Kn,detto energia regolante della rete,pari a

$$Kn = Ku + Kr = -\frac{\Delta P}{\Delta F}$$

che è l'energia necessaria per ottenere una variazione di frequenza di 1 Hz nella rete.

Una regolazione di questo tipo viene detta **regolazione primaria** di un sistema "generatore con carichi".

Se la regolazione avviene mediante controllo manuale o automatico del variagiri e **detta regolazione secondaria**.

III. Utilizzo delle caratteristiche statiche

La caratteristica statica del gruppo generatore è tracciabile nota la relazione:

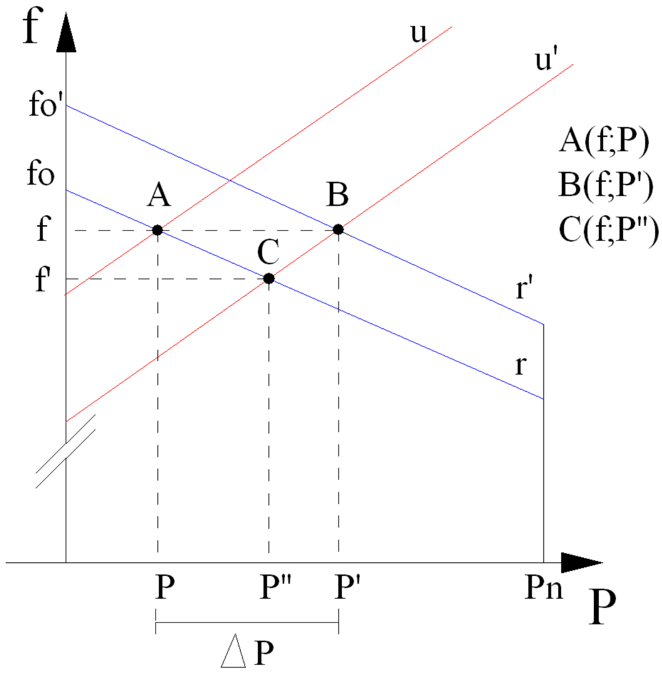
$$\Delta Pg = -Kr\Delta f$$

a variagiri bloccato(r caratteristica reale,r' caratteristica fittizia).

Analogamente,la caratteristica statica dei carichi è definibile nota la relazione

$$\Delta p = Ku\Delta f$$

(u,u').



Supponendo valida l' ipotesi della linearità del sistema per piccole variazioni,la situazione può essere interpretata graficamente. Alla richiesta del carico di una certa potenza corrisponderà una determinata frequenza alla quale i generatori erogheranno la potenza richiesta (punto A). A seguito di un incremento di potenza richiesta dal complesso di carichi (ΔP),la caratteristica statica dell'utilizzatore risulta traslata di una quantità proporzionale a tale aumento. Affinché la frequenza rimanga costante,occorrerebbe agire sul variagiri per individuare il punto B relativo all'incontro tra la nuova caratteristica di carico e la retta passante per i punti A e B. Poiché per ipotesi non agiamo sul variagiri,dopo un transitorio la potenza si assesterà in corrispondenza di un valore P'' tale per cui risulti

$$P \leq \boldsymbol{P''} \leq P'$$

La frequenza sarà soggetta allora ad una diminuzione Δf pari a

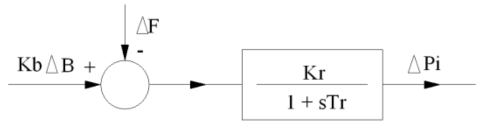
$$\Delta f = f - f'$$

fino a stabilizzarsi in corrispondenza della frequenza f'.

In conclusione,il comportamento del sistema generatori-carichi dipende dalle energie regolanti degli stessi, (reciproci delle pendenze delle caratteristiche).

IV. Cenni sulla regolazione della frequenza in un sistema di più generatori

La situazione che più si avvicina a quella reale non è quella finora considerata,ma un insieme di carichi variamente ubicati e alimentato da un certo numero di generatori sincroni appartenenti a centrali situate in regioni diverse.

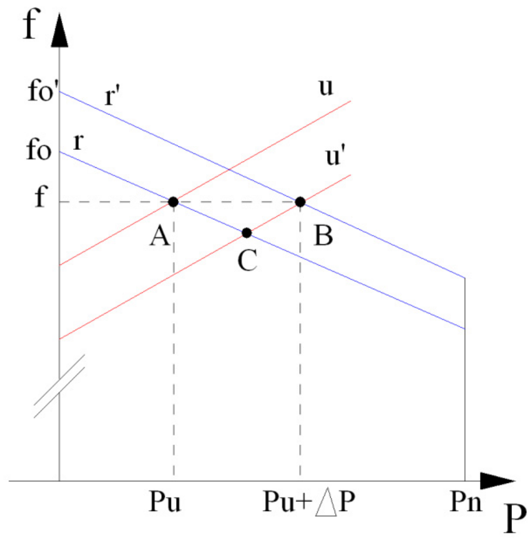


Supponendo che la rete sia costituita da n generatori,di cui m dotati di regolatore,e i restanti dotati di limitatore di carico,ad una variazione della potenza richiesta dagli utilizzatori seguirà una variazione della potenza immessa in turbina in ognuno dei generatori con regolatore.

$$Variazione\ potenza\ richiesta \rightarrow \begin{cases} \sum_{x=1}^{n} \Delta Pix \neq 0\ (gruppi\ con\ regolatore) \\ \sum_{x=m}^{n-m} \Delta Pix = 0\ (gruppi\ con\ limitatore) \end{cases}$$

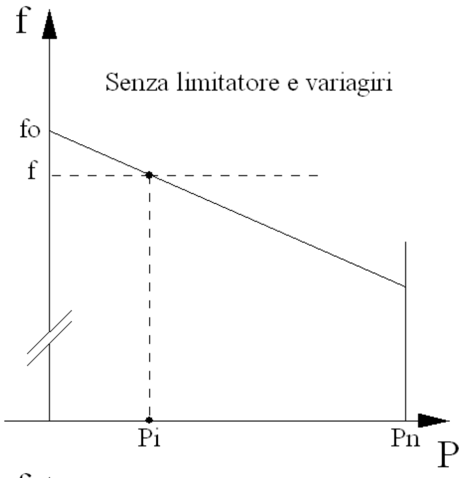
Si dimostra come l'energia regolante del carico aumenti,con il conseguente aumento dell'energia regolante della rete stessa.

Può essere inoltre realizzata la caratteristica statica del gruppo rotante di energia regolante equivalente a quella dei gruppi presi singolarmente (r).

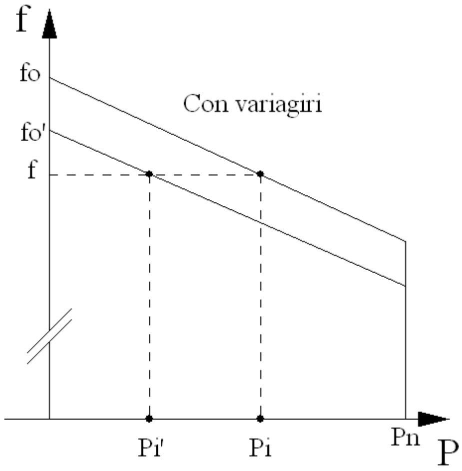


La caratteristica dell'utilizzatore (u) rappresenta quella del complesso di carichi collegati alla rete, mentre u' è la nuova caratteristica della potenza assorbita in seguito ad un aumento della potenza richiesta (ΔP).

Analogamente a quanto visto per una singola macchina rotante,il punto di equilibrio si sposta,a seguito di un aumento della potenza richiesta,dal punto A al punto C,dopo un breve transitorio in B. Il gruppo rotante fittizio presenta però il vantaggio della ripartizione del carico sulle varie macchine,a condizione di mantenere costante la potenza complessiva erogata ottenendo una situazione è più elastica e più facilmente gestibile.



In condizioni di regime permanente a frequenza f,la potenza di ciascuna macchina è data dal valore della caratteristica statica in relazione al valore di frequenza f.



Disponendo di una macchina con variagiri, volendo ridurre la potenza immessa in turbina e quindi l'apertura del distributore,basterà agire sul variagiri per passare dalla potenza Pi alla potenza Pi' mantenendo costante la frequenza f.

4. Strumenti matematici

A. Teorema della media

Sia f(x) una funzione definita in un intervallo chiuso $[a; b]$.
Se f(x) è continua in ogni punto dell'intervallo,esiste almeno un punto $c\epsilon[a; b]$ tale che risulti soddisfatta la relazione

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)f(c)$$

Dimostrazione

Secondo una proprietà degli integrali indefiniti,risulta

$$m \leq \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx \leq M$$

dove m ed M sono rispettivamente il minimo ed il massimo della funzione nell'intervallo $[a; b]$. Il teorema di Weierstrass garantisce l'esistenza di massimo e minimo della funzione poiché è,secondo le ipotesi,continua in tutto l'intervallo.
Il valore dell'integrale risulterà allora

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = k\,, \qquad\qquad con \qquad m \leq k \leq M$$

Secondo il teorema dei valori intermedi,la funzione assumerà almeno una volta tutti i valori compresi tra m ed M,e quindi esisterà almeno un punto $c\epsilon[a; b]$ in cui essa sarà uguale a k,cioè:

$$f(c) = k\,, \qquad\qquad a \leq c \leq b$$

Considerando le relazioni precedenti risulta:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = f(c) \rightarrow \int_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$$

B. Teorema di Torricelli-Barrow

Sia $f(t)$ una funzione continua in un intervallo chiuso $[a;b]$.

E' possibile definire una funzione F che associ ad ogni punto x dell'intervallo $[a;b]$ il numero

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt$$

Tale funzione è derivabile nell'intervallo considerato,e la sua derivata in ogni punto $x \in [\mathrm{a};\mathrm{b}]$ è

$$F'(x) = f(x)$$

F(x) viene detta funzione integrale,mentre la funzione f(x) è detta funzione integranda.

Dimostrazione

La variazione della funzione integrale,relativa al punto x e all'incremento h vale:

$$\Delta F = F(x+h) - F(x) = \int_a^{x+h} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt = \int_a^x f(t)dt + \int_x^{x+h} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt =$$

$$= \int_x^{x+h} f(t)dt$$

Tenendo presente il teorema della media,risulta nell'intervallo $[x;x+h]$

$$\Delta F = \int_x^{x+h} f(t)dt = (x+h-x)f(c) = f(c)h\,, \qquad con\ c \in [x;x+h]$$

A questo punto è possibile costruire il rapporto incrementale della funzione F il cui limite,per h che tende a zero risulta:

$$F'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{\Delta F}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{f(c)h}{h} = f(c)$$

Al tendere a zero dell'incremento h,il punto c tende a x,per cui risulta in definitiva:

$$F'(x) = f(x)$$

C. Integrali Impropri

Data una funzione f(x) continua in un intervallo chiuso $[a; b]$, è possibile calcolare l'integrale definito

$$\int_a^b f(x)\,dx = G(a) - G(b)$$

dove G(x) è una primitiva della funzione f(x).

Per le ipotesi, la funzione f(x) è continua in ogni punto dell'intervallo e gli estremi di integrazione,nonché estremi dell'intervallo,sono entrambi finiti.

Cambiando una delle ipotesi può risultare che:

1. La funzione non sia continua in tutti i punti dell'intervallo:
   esiste almeno un punto $c\epsilon[a; b]$ tale che la funzione non sia continua in quel punto.
   Risulterà allora:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{k\to c^-}\int_a^k f(x)dx + \lim_{h\to c^+}\int_h^b f(x)dx$$

Con

$$k \in [a; c[\qquad \text{e} \qquad h \in]c; b]$$

Quando tale somma esiste ed è finita si dice che l'integrale converge[2].
Quando tale somma è invece infinita si dice che l'integrale diverge[3].
Per funzioni non continue in più punti dell'intervallo considerato,il ragionamento deve essere ripetuto per ognuno di tali punti.

2. Gli estremi di integrazione sono illimitati:
   Nel caso in cui uno o entrambi gli estremi di integrazione siano illimitati,avremo una funzione f(x) continua,ad esempio, nell'intervallo $[a; +\infty[$ o in $]-\infty; +\infty[$.
   Risulterà allora:

$$\int_a^{+\infty} f(x)\,dx = \lim_{c\to+\infty}\int_a^c f(x)dx$$

o nel secondo caso

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \lim_{\substack{a\to-\infty \\ b\to+\infty}}\int_a^b f(x)dx$$

In questo caso il limite prende il nome di limite doppio.
Analogamente a quanto detto in precedenza,quando tale limite esiste ed è finito si dice che l'integrale converge,mentre quando è infinito o non esiste l'integrale diverge.

[2] Integrale definito generalizzato di f(x) tra a e b
[3] L'integrale non esiste

I. Una proprietà particolare

Molte delle proprietà dell'integrale definito si estendono agli integrali impropri, ma c'è una proprietà molto importante che è completamente diversa per gli integrali definiti e per quelli impropri, ed è quella che riguarda i legami tra una funzione e il valore assoluto della stessa.
Precisamente:
Se f(x) è una funzione continua e quindi integrabile in un intervallo (chiuso e limitato) [a; b], allora anche la funzione |f(x)| è integrabile nello stesso intervallo e si ha:

$$\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$$

Se il valore assoluto di una funzione f(x) è integrabile in senso improprio in un intervallo I,allora anche f(x) è integrabile in I e si ha

$$\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$$

Si noti che le due proprietà sono esattamente una il contrario dell'altra, anche se la disuguaglianza relativa è la stessa.
Tutto questo significa che una funzione può essere integrabile in senso improprio senza che lo sia il suo valore assoluto.

D. Trasformata di Laplace

La trasformazione di Laplace è un particolare tipo di operatore funzionale.

Un operatore funzionale è una legge che associa ad ogni funzione f(x),detta funzione di origine, una e una sola funzione g(x),detta immagine di f(x),o trasformata di f(x).

La trasformata di Laplace solitamente è applicata al campo complesso,ma in questo caso verrà trattata limitatamente al campo reale.

I. Definizione

Sia f(t) una funzione definita per ogni punto dell'insieme ℝ tale che

$$f(t) = 0 \, , per \ t < 0$$

Si chiama trasformata di Laplace della funzione f(t) la funzione:

$$F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt$$

Se l'integrale converge per qualche valore di s.

Si dice che F(s) è l'immagine di f(t), mentre la f(t) viene detta anche originale o funzione oggetto. La trasformata può essere indicata con la notazione

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt$$

Le funzioni f(t) per le quali esiste l'integrale di Laplace si dicono $\mathcal{L}$-trasformabili,o trasformabili secondo Laplace.

II. Trasformata di una funzione Importante

In ambito tecnico, ed in particolar modo elettrotecnico, capita molto frequentemente di utilizzare funzioni goniometriche che descrivono fenomeni fisici,quali la tensione o la corrente,in funzione del tempo. E' utile conoscere a tale scopo le relative trasformate di Laplace,che sono facilmente calcolabili con le nozioni acquisite sul calcolo integrale.

Considerando la funzione

$$f(t) = \sin \omega t$$

La sua trasformata secondo Laplace risulta

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} \sin \omega t \, dt \, , \qquad s > 0$$

Risolvendo il relativo integrale indefinito,sarà poi possibile arrivare a calcolare questo l'integrale improprio. Integrando per parti risulta:

$$u = \sin \omega t \quad u' = \omega \cos \omega t$$

$$v = e^{-st} \quad v' = -\frac{1}{s} e^{-st}$$

$$\int e^{-st} \sin \omega t \, dt = -\frac{1}{s} e^{-st} sen\omega t + \int \frac{1}{s} e^{-st} \omega \cos \omega t dt$$

Applicando nuovamente la regola di integrazione per parti risulta:

$$u = \cos \omega t \quad u' = -\omega \operatorname{sen} \omega t$$

$$v = e^{-st} \quad v' = -\frac{1}{s} e^{-st}$$

$$\int e^{-st} \sin \omega t \, dt = -\frac{1}{s} e^{-st} sen\omega t + \frac{\omega}{s} \left[-\frac{1}{s} e^{-st} \cos \omega t + \int \left(-\frac{\omega}{s} e^{-st} sen\omega t \right) dt \right] =$$

$$= -\frac{1}{s} e^{-st} sen\omega t - \frac{\omega}{s^2} e^{-st} \cos \omega t - \frac{\omega^2}{s^2} \int e^{-st} sen\omega t \, dt$$

Risolvendo per confronto risulta infine:

$$\frac{s^2 + \omega^2}{s^2} \int e^{-st} \sin \omega t \, dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \left[sen\omega t - \frac{\omega}{s} \cos \omega t \right]$$

$$\int e^{-st} \sin \omega t \, dt = -\frac{s^2}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{s} \left[e^{-st} \left(sen\omega t - \frac{\omega}{s} \cos \omega t \right) \right] + c$$

Applicando il teorema di Torricelli e la formula di Newton-Leibniz,e considerando che l'integrale è improprio diventa:

$$\int_0^\infty e^{-st} \sin \omega t \, dt = -\frac{s^2}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{s} \lim_{\varepsilon \to \infty} \left[e^{-st} \left(sen\omega t - \frac{\omega}{s} \cos \omega t \right) \right]_0^\varepsilon = -\frac{s}{s^2 + \omega^2} \left(0 - \frac{\omega}{s} \right) =$$

$$= \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

5. Bibliografia

- ✓ A .Paolucci - Lezioni di trasmissione dell'energia elettrica.
- ✓ F. Cottignoli - Elettrotecnica generale
- ✓ F. Cottignoli - Macchine Elettriche
- ✓ G. Conte - Impianti Elettrici:Normativa e legislazione,aspetti generali,linee elettriche e loro calcolo,sicurezza delle installazioni elettriche.
- ✓ G. Conte - Impianti elettrici:Componenti e sistemi di protezione,trasmissione e distribuzione,trasformazione e utilizzazione,centrali di produzione,progettazione.
- ✓ L. Battaia - Integrali Impropri (Dispensa formato PDF)
- ✓ M. Scovenna - Analisi Matematica 1
- ✓ G. Zwirner, L. Scaglianti - Analisi Matematica 2
- ✓ Siti internet:
    - www.enel.it
    - www.panoramio.com (immagini)
    - it.wikipedia.org
- ✓ Appunti delle lezioni